

DERIVACION CON DATOS DESIGUALMENTE ESPACIADOS

Hasta aquí, todas las fórmulas de derivación numérica se han basado en datos igualmente espaciados. Sin embargo, la información empírica (datos obtenidos experimentalmente) con frecuencia se obtiene a intervalos desiguales.

Para calcular una derivada en datos irregularmente espaciados, se ajusta un polinomio de interpolación de Lagrange de segundo grado a cada conjunto de tres puntos adyacentes. Recordemos que los polinomios de interpolación no requieren que los puntos estén igualmente espaciados. Si se deriva analíticamente el polinomio de segundo grado se obtiene:

$$f'(x) = f(x_{i-1}) \frac{2x - x_i - x_{i+1}}{(x_{i-1} - x_i)(x_{i-1} - x_{i+1})} + f(x_i) \frac{2x - x_{i-1} - x_{i+1}}{(x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1})} + f(x_{i+1}) \frac{2x - x_{i-1} - x_i}{(x_{i+1} - x_{i-1})(x_{i+1} - x_i)}$$

Ejemplo: Dada la siguiente tabla

x	f(x)
0,45	0,96848
0,52	0,90640
0,62	0,80227
0,67	0,74278
0,74	0,65042
0,78	0,59260
0,84	0,49850
0,89	0,41296

Determinar la primera derivada en $x = 0.7$

Se procede de la siguiente manera: se seleccionan los tres puntos más cercanos al valor que necesitamos evaluar, los cuales son el punto inmediatamente anterior y los dos inmediatamente siguientes {0.67, 0.74, 0.78} ya que nos dan un intervalo más corto (0.11) en contra del conjunto {0.62, 0.67, 0.74} que da un intervalo de 0.12. Para nuestro caso, serían:

0,67	0,74278
0,74	0,65042
0,78	0,59260

Y los etiquetamos para reemplazar en la fórmula:

X(i-1)	0,67	0,74278	F[X(i-1)]
X(i)	0,74	0,65042	F[X(i)]
X(i+1)	0,78	0,59260	F[X(i+1)]

X es el valor a evaluar, para este ejemplo, X = 0.7

Al reemplazar, tenemos:

$$f'(0.7) = 0.74278 \frac{2(0.7) - 0.74 - 0.78}{(0.67-0.74)(0.67-0.78)} + 0.65042 \frac{2(0.7) - 0.67 - 0.78}{(0.74-0.67)(0.74-0.78)} \\ + 0.59260 \frac{2(0.7) - 0.67 - 0.74}{(0.78-0.67)(0.78-0.74)}$$

$$f'(0.7) = 0.74278 \frac{-0.12}{(-0.07)(-0.11)} + 0.65042 \frac{-0.05}{(0.07)(-0.04)} \\ + 0.59260 \frac{-0.01}{(0.11)(0.04)}$$

$$f'(0.7) = (0.74278*(-15.58442)) + (0.65042*17.85714) + (0.59260*(-2.27273))$$

$$f'(0.7) = (-11.57586) + (11.61464) + (-1.34682)$$

$$f'(0.7) = -1.30804$$

----- **FIN DEL DOCUMENTO**