ANÁLISIS NUMÉRICO

Mag. Carlos Alberto Ardila Albarracín

BLOQUE 3. INTEGRACIÓN NUMÉRICA

3.3. FÓRMULAS NEWTON-COTES: MÉTODO SIMPSON TRES OCTAVOS [Simpson (3/8)]

MÉTODO DE SIMPSON TRES OCTAVOS

Si queremos aproximar una integral con este método:

$$\int_0^1 e^{(x^2)} \, dx$$

Se suministran las siguientes entradas:

Límite inferior de la integral (a) = 0

Límite superior de la integral (b) = 1

Cantidad de sub-intervalos o segmentos (N) = **9**

¡ESTE VALOR N DEBE SER IMPAR Y MÚLTIPLO DE 3!

Este valor (IMPAR Y MÚLTIPLO DE 3) lo decide el usuario del método.

Se seleccionó un valor pequeño para que el ejemplo no resulte tan extenso

MÉTODO DE SIMPSON TRES OCTAVOS

PASO 1: Calcular el paso (h). h = (b – a) / N

$$\Delta X = \frac{b \quad - \quad a}{N} = \frac{1{,}0 \quad - \quad 0{,}0}{9} = 0{,}111$$

PASO 2: Generar una tabla de 2 columnas donde:

El primer valor de la columna de las X (X_o) se inicializa en a

En ese valor X_o se evalúa la función contenida en la integral. Este será Y_o

X_o	0,000	1,00000000	Y_o

MÉTODO DE SIMPSON TRES OCTAVOS

El siguiente valor en X (**X_1**) se obtiene al sumar al valor anterior de x el valor del paso (h):

$X_1 = X_0 + h$

En ese valor **X_1** se evalúa la función contenida en la integral. Este será **Y_1**

Xo	**0,000**	**1,000000**	**Yo**
X1	**0,111**	**1,012422**	**Y1**

Recuerde que en este ejemplo el paso h = 0,111

MÉTODO DE SIMPSON TRES OCTAVOS

Cada valor X (X_i) se obtiene al sumar al valor anterior de x el valor del paso (h): $X_i = X_{i-1} + h$

Para cada valor X_i se evalúa la función contenida en la integral. Este será Y_i

Xo	0,000	1,000000	Yo
X1	0,111	1,012422	Y1
X2	0,222	1,050622	Y2
X3	0,333	1,117519	Y3
X4	0,444	1,218391	Y4
X5	0,556	1,361575	Y5
X6	0,667	1,559623	Y6
X7	0,778	1,831139	Y7
X8	0,889	2,203668	Y8
X9	1,000	2,718282	Y9

Esta tabla tendrá una cantidad de filas igual a: Segmentos + 1

El valor X_n coincidirá con el límite superior de la integral

MÉTODO DE SIMPSON TRES OCTAVOS

La fórmula general es:

$$I \cong \left(\frac{3h}{8}\right)\left[f(\mathrm{x}_0) + 3\sum_{i=1,4,7}^{n-2} f(\mathrm{x}_\mathrm{i}) + 3\sum_{j=2,5,8}^{n-1} f(\mathrm{x}_\mathrm{j}) + 2\sum_{k=3,6,9}^{n-3} f(\mathrm{x}_\mathrm{k}) + f(\mathrm{x}_\mathrm{n}) \right]$$

Esta es la regla de Simpson [3/8] para *n* subintervalos

MÉTODO DE SIMPSON TRES OCTAVOS

Paso 3: Aplicamos la fórmula

$$I \cong \left(\frac{3h}{8}\right)\left[f(x_0) + \boxed{3\sum_{i=1,4,7}^{n-2} f(x_i) + 3\sum_{j=2,5,8}^{n-1} f(x_j)} + \boxed{2\sum_{k=3,6,9}^{n-3} f(x_k)} + f(x_n) \right]$$

I = (3 (0,111) / 8) [Yo + 3*(Y1 + Y2 + Y4 + Y5 + Y7 + Y8) + 2*(Y3 + Y6) + Y9]

I = (3 (0,111) / 8) [1 + 3 (1,012 + 1,051 + 1,218 + 1,362 + 1,831 + 2,204) + 2 (1,118 + 1,560) + 2,718]

Cuyo resultado es: 1.4627508

MÉTODO DE SIMPSON TRES OCTAVOS

Fíjense que los valores utilizados en la fórmula se obtenían de evaluar

la función contenida en la integral

para cada uno de los valores de la partición…

$$\int_0^1 e^{(x^2)}\, dx \approx \left(\frac{3 * 0.111}{8}\right)\left[1 + 3\left(e^{(0.11)^2} + e^{(0.22)^2} + e^{(0.44)^2} + e^{(0.55)^2} + e^{(0.77)^2} + e^{(0.88)^2}\right) + 2\left(e^{(0.33)^2} + e^{(0.66)^2}\right) + e\right]$$

Es decir,

¡NO HAY QUE BUSCAR ANTIDERIVADAS!

¡SE TRABAJA CON LA MISMA FUNCIÓN CONTENIDA EN LA INTEGRAL!

---------- FIN DEL DOCUMENTO