



ANÁLISIS NUMÉRICO

Mag. Carlos Alberto Ardila Albarracín

BLOQUE 3. INTEGRACIÓN NUMÉRICA

3.3. FÓRMULAS NEWTON-COTES: MÉTODO SIMPSON TRES OCTAVOS [Simpson (3/8)]

MÉTODO DE SIMPSON TRES OCTAVOS

Si queremos aproximar una integral con este método:

$$\int_0^1 e^{(x^2)} dx$$

Se suministran las siguientes entradas:

Límite inferior de la integral (a) = 0

Límite superior de la integral (b) = 1

Cantidad de sub-intervalos o segmentos (N) = 9

**¡ESTE VALOR N DEBE SER
IMPAR Y MÚLTIPLO DE 3!**

Este valor (IMPAR Y
MÚLTIPLO DE 3)
lo decide el usuario
del método.

Se seleccionó un
valor pequeño para
que el ejemplo no
resulte tan extenso

MÉTODO DE SIMPSON TRES OCTAVOS

PASO 1: Calcular el paso (h). $h = (b - a) / N$

$$\Delta X = \frac{b - a}{N} = \frac{1,0 - 0,0}{9} = 0,111$$

PASO 2: Generar una tabla de 2 columnas donde:

El primer valor de la columna de las X (X_0) se inicializa en a

En ese valor X_0 se evalúa la función contenida en la integral. Este será Y_0

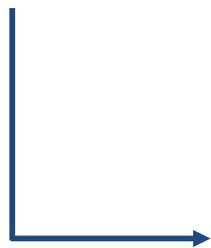
X_0	0,000	1,00000000	Y_0
-------	-------	------------	-------

MÉTODO DE SIMPSON TRES OCTAVOS

El siguiente valor en X (X_1)
se obtiene al sumar
al valor anterior de x
el valor del paso (h):

$$X_1 = X_0 + h$$

En ese valor X_1 se evalúa la
función contenida
en la integral.
Este será Y_1



X_0	0,000	1,000000	Y_0
X_1	0,111	1,012422	Y_1

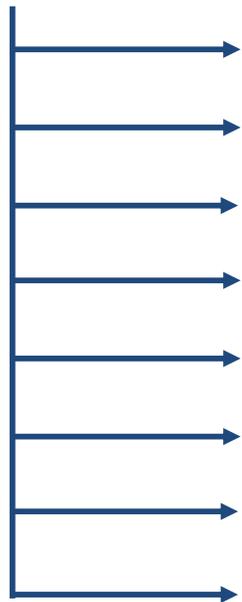


**Recuerde que en
este ejemplo el
paso $h = 0,111$**

MÉTODO DE SIMPSON TRES OCTAVOS

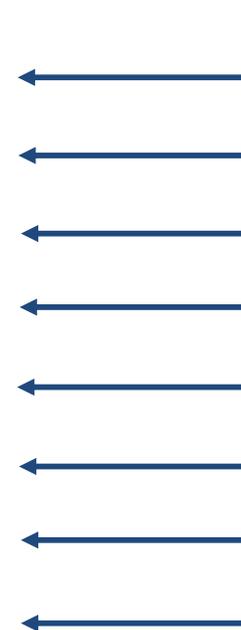
Cada valor $X (X_i)$
se obtiene al sumar
al valor anterior de x
el valor del paso (h):

$$X_i = X_{i-1} + h$$



X_0	0,000	1,000000
X_1	0,111	1,012422
X_2	0,222	1,050622
X_3	0,333	1,117519
X_4	0,444	1,218391
X_5	0,556	1,361575
X_6	0,667	1,559623
X_7	0,778	1,831139
X_8	0,889	2,203668
X_9	1,000	2,718282

Para cada valor X_i
se evalúa la función
contenida en la
integral.
Este será Y_i



Esta tabla tendrá una cantidad de filas igual a: Segmentos + 1
El valor X_n coincidirá con el límite superior de la integral

MÉTODO DE SIMPSON TRES OCTAVOS

La fórmula general es:

$$I \cong \left(\frac{3h}{8} \right) \left[f(x_0) + 3 \sum_{i=1,4,7}^{n-2} f(x_i) + 3 \sum_{j=2,5,8}^{n-1} f(x_j) + 2 \sum_{k=3,6,9}^{n-3} f(x_k) + f(x_n) \right]$$

Esta es la regla de Simpson [3/8] para n subintervalos

MÉTODO DE SIMPSON TRES OCTAVOS

Paso 3: Aplicamos la fórmula

$$I \cong \left(\frac{3h}{8} \right) \left[f(x_0) + 3 \sum_{i=1,4,7}^{n-2} f(x_i) + 3 \sum_{j=2,5,8}^{n-1} f(x_j) + 2 \sum_{k=3,6,9}^{n-3} f(x_k) + f(x_n) \right]$$

$$I = (3 (0,111) / 8) [Y_0 + 3*(Y_1 + Y_2 + Y_4 + Y_5 + Y_7 + Y_8) + 2*(Y_3 + Y_6) + Y_9]$$

$$I = (3 (0,111) / 8) [1 + 3 (1,012 + 1,051 + 1,218 + 1,362 + 1,831 + 2,204) + 2 (1,118 + 1,560) + 2,718]$$

Cuyo resultado es: 1.4627508

MÉTODO DE SIMPSON TRES OCTAVOS

Fíjense que los valores utilizados en la fórmula se obtenían de evaluar

la función contenida en la integral

para cada uno de los valores de la partición...

$$\int_0^1 e^{(x^2)} dx \approx \left(\frac{3 * 0.111}{8} \right) \left[1 + 3(e^{(0.11)^2} + e^{(0.22)^2} + e^{(0.44)^2} + e^{(0.55)^2} + e^{(0.77)^2} + e^{(0.88)^2}) + 2(e^{(0.33)^2} + e^{(0.66)^2}) + e \right]$$

Es decir,

¡NO HAY QUE BUSCAR ANTIDERIVADAS!

¡SE TRABAJA CON LA MISMA FUNCIÓN CONTENIDA EN LA INTEGRAL!

----- FIN DEL DOCUMENTO