



# ANÁLISIS NUMÉRICO

Mag. Carlos Alberto Ardila Albarracín

## BLOQUE 3. INTEGRACIÓN NUMÉRICA

3.3. FÓRMULAS NEWTON-COTES: MÉTODO SIMPSON TRES OCTAVOS [Simpson (3/8)]

## MÉTODO DE SIMPSON TRES OCTAVOS

Si queremos aproximar una integral con este método:

$$\int_0^1 e^{(x^2)} dx$$

Se suministran las siguientes entradas:

Límite inferior de la integral (a) = 0

Límite superior de la integral (b) = 1

Cantidad de sub-intervalos o segmentos (N) = 9

**¡ESTE VALOR N DEBE SER  
IMPAR Y MÚLTIPLO DE 3!**

Este valor (IMPAR Y  
MÚLTIPLO DE 3)  
lo decide el usuario  
del método.

Se seleccionó un  
valor pequeño para  
que el ejemplo no  
resulte tan extenso

# MÉTODO DE SIMPSON TRES OCTAVOS

**PASO 1:** Calcular el paso (h).  $h = (b - a) / N$

$$\Delta X = \frac{b - a}{N} = \frac{1,0 - 0,0}{9} = 0,111$$

**PASO 2:** Generar una tabla de 2 columnas donde:

El primer valor de la columna de las X ( $X_0$ ) se inicializa en a

En ese valor  $X_0$  se evalúa la función contenida en la integral. Este será  $Y_0$

$X_0$	0,000	1,00000000	$Y_0$
-------	-------	------------	-------

# MÉTODO DE SIMPSON TRES OCTAVOS

El siguiente valor en  $X$  ( $X_1$ )  
se obtiene al sumar  
al valor anterior de  $x$   
el valor del paso ( $h$ ):

$$X_1 = X_0 + h$$

En ese valor  $X_1$  se evalúa la  
función contenida  
en la integral.  
Este será  $Y_1$



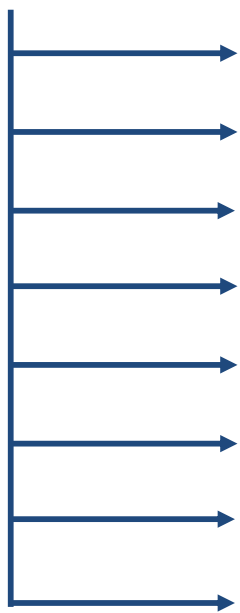
$X_0$	0,000	1,000000	$Y_0$
$X_1$	0,111	1,012422	$Y_1$



**Recuerde que en  
este ejemplo el  
paso  $h = 0,111$**

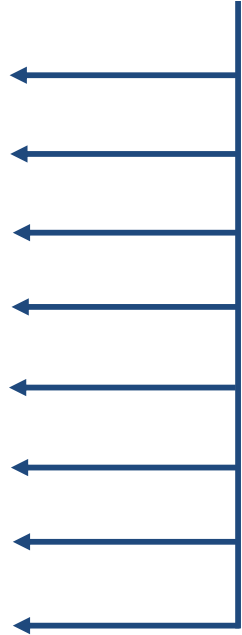
# MÉTODO DE SIMPSON TRES OCTAVOS

Cada valor X ( $X_i$ ) se obtiene al sumar al valor anterior de x el valor del paso (h):  
 $X_i = X_{i-1} + h$



$X_0$	0,000	1,000000
$X_1$	0,111	1,012422
$X_2$	0,222	1,050622
$X_3$	0,333	1,117519
$X_4$	0,444	1,218391
$X_5$	0,556	1,361575
$X_6$	0,667	1,559623
$X_7$	0,778	1,831139
$X_8$	0,889	2,203668
$X_9$	1,000	2,718282

Para cada valor  $X_i$  se evalúa la función contenida en la integral. Este será  $Y_i$



Esta tabla tendrá una cantidad de filas igual a: Segmentos + 1  
 El valor  $X_n$  coincidirá con el límite superior de la integral

**MÉTODO DE SIMPSON TRES OCTAVOS**

**La fórmula general es:**

$$I \cong \left( \frac{3h}{8} \right) \left[ f(x_0) + 3 \sum_{i=1,4,7}^{n-2} f(x_i) + 3 \sum_{j=2,5,8}^{n-1} f(x_j) + 2 \sum_{k=3,6,9}^{n-3} f(x_k) + f(x_n) \right]$$

**Esta es la regla de Simpson [3/8] para  $n$  subintervalos**

# MÉTODO DE SIMPSON TRES OCTAVOS

**Paso 3: Aplicamos la fórmula**

$$I \cong \left( \frac{3h}{8} \right) \left[ f(x_0) + 3 \sum_{i=1,4,7}^{n-2} f(x_i) + 3 \sum_{j=2,5,8}^{n-1} f(x_j) + 2 \sum_{k=3,6,9}^{n-3} f(x_k) + f(x_n) \right]$$

$$I = ( 3 ( 0,111 ) / 8 ) [ Y_0 + 3*(Y1 + Y2 + Y4 + Y5 + Y7 + Y8) + 2*(Y3 + Y6) + Y9 ]$$

$$I = ( 3 ( 0,111 ) / 8 ) [ 1 + 3 ( 1,012 + 1,051 + 1,218 + 1,362 + 1,831 + 2,204 ) + 2 ( 1,118 + 1,560 ) + 2,718 ]$$

**Cuyo resultado es: 1.4627508**

# MÉTODO DE SIMPSON TRES OCTAVOS

Fíjense que los valores utilizados en la fórmula se obtenían de evaluar

la función contenida en la integral

para cada uno de los valores de la partición...

$$\int_0^1 e^{(x^2)} dx \approx \left( \frac{3 * 0.111}{8} \right) \left[ 1 + 3(e^{(0.11)^2} + e^{(0.22)^2} + e^{(0.44)^2} + e^{(0.55)^2} + e^{(0.77)^2} + e^{(0.88)^2}) + 2(e^{(0.33)^2} + e^{(0.66)^2}) + e \right]$$

Es decir,

**¡NO HAY QUE BUSCAR ANTIDERIVADAS!**

**¡SE TRABAJA CON LA MISMA FUNCIÓN CONTENIDA EN LA INTEGRAL!**

----- FIN DEL DOCUMENTO