ANÁLISIS NUMÉRICO

Mag. Carlos Alberto Ardila Albarracín

BLOQUE 3. INTEGRACIÓN NUMÉRICA

3.2. FÓRMULAS NEWTON-COTES: MÉTODO SIMPSON UN TERCIO [Simpson (1/3)]

MÉTODO DE SIMPSON UN TERCIO

Si queremos aproximar una integral con este método:

$$\int_0^1 e^{(x^2)}\ \mathrm{dx}$$

Se suministran las siguientes entradas:

Límite inferior de la integral (a) = 0

Límite superior de la integral (b) = 1

Cantidad de sub-intervalos o segmentos (N) = **8**

¡ESTE VALOR N DEBE SER PAR!

Este valor (PAR) lo decide el usuario del método.

Se seleccionó un valor pequeño para que el ejemplo no resulte tan extenso.

MÉTODO DE SIMPSON UN TERCIO

PASO 1: Calcular el paso (h). h = (b – a) / N

$$\Delta X = \frac{b \quad - \quad a}{N} = \frac{1{,}0 \quad - \quad 0{,}0}{8} = 0{,}125$$

PASO 2: Generar una tabla de 2 columnas donde:

El primer valor de la columna de las X (X_o) se inicializa en a

En ese valor X_o se evalúa la función contenida en la integral. Este será Y_o

Xo	0,000	1,00000000	Yo

MÉTODO DE SIMPSON UN TERCIO

El siguiente valor en X (**X_1**) se obtiene al sumar al valor anterior de x el valor del paso (h):

$X_1 = X_0 + h$

En ese valor **X_1** se evalúa la función contenida en la integral. Este será **Y_1**

X_0	0,000	1,00000000	Y_0
X_1	0,125	1,01574771	Y_1

Recuerde que en este ejemplo el paso h = 0,125

MÉTODO DE SIMPSON UN TERCIO

Cada valor X (X_i) se obtiene al sumar al valor anterior de x el valor del paso (h):
$X_i = X_{i-1} + h$

Para cada valor X_i se evalúa la función contenida en la integral. Este será Y_i

Xo	0,000	1,00000000	Yo
X1	0,125	1,01574771	Y1
X2	0,250	1,06449446	Y2
X3	0,375	1,15099294	Y3
X4	0,500	1,28402542	Y4
X5	0,625	1,47790420	Y5
X6	0,750	1,75505466	Y6
X7	0,875	2,15033792	Y7
X8	1,000	2,71828183	Y8

Esta tabla tendrá una cantidad de filas igual a: Segmentos + 1
El valor X_n coincidirá con el límite superior de la integral

MÉTODO DE SIMPSON UN TERCIO

La fórmula general es:

$$I \cong \left(\frac{h}{3}\right)\left[f(\mathrm{x}_0) + 4\sum_{i=1,3,5}^{n-1} f(\mathrm{x}_\mathrm{i}) + 2\sum_{j=2,4,6}^{n-2} f(\mathrm{x}_\mathrm{j}) + f(\mathrm{x}_\mathrm{n}) \right]$$

Esta es la regla de Simpson [1/3] para *n* subintervalos

MÉTODO DE SIMPSON UN TERCIO

Paso 3: Aplicamos la fórmula

$$I \cong \left(\frac{h}{3}\right)\left[f(x_0) + \boxed{4\sum_{i=1,3,5}^{n-1} f(x_i)} + \boxed{2\sum_{j=2,4,6}^{n-2} f(x_j)} + f(x_n) \right]$$

I = 0,125 / 3 [Yo + 4 (Y1 + Y3 + Y5 + Y7) + 2 (Y2 + Y4 + Y6) + Y8]

I = 0,125 / 3 [1 + 4 (1,015747709 + 1,150992945 + 1,477904195 + 2,150337916) + 2 (1,064494459 + 1,284025417 + 1,755054657) + 2,718281828]

Cuyo resultado es: 1.46272341

MÉTODO DE SIMPSON UN TERCIO

Fíjense que los valores utilizados en la fórmula se obtenían de evaluar

la función contenida en la integral

para cada uno de los valores de la partición…

$$\int_0^1 e^{(x^2)}\,dx \approx \left(\frac{0.125}{3}\right)\left[1+4\left(e^{(0.125)^2}+e^{(0.375)^2}+e^{(0.625)^2}+e^{(0.875)^2}\right)+2\left(e^{(0.25)^2}+e^{(0.5)^2}+e^{(0.75)^2}\right)+e\right]$$

Es decir,

¡NO HAY QUE BUSCAR ANTIDERIVADAS!

¡SE TRABAJA CON LA MISMA FUNCIÓN CONTENIDA EN LA INTEGRAL!

---------- FIN DEL DOCUMENTO