



ANÁLISIS NUMÉRICO

Mag. Carlos Alberto Ardila Albarracín

BLOQUE 3. INTEGRACIÓN NUMÉRICA

3.2. FÓRMULAS NEWTON-COTES: MÉTODO SIMPSON UN TERCIO [Simpson (1/3)]

MÉTODO DE SIMPSON UN TERCIO

Si queremos aproximar una integral con este método:

$$\int_0^1 e^{(x^2)} dx$$

Se suministran las siguientes entradas:

Límite inferior de la integral (a) = 0

Límite superior de la integral (b) = 1

Cantidad de sub-intervalos o segmentos (N) = 8

¡ESTE VALOR N DEBE SER PAR!

Este valor (PAR) lo decide el usuario del método.

Se seleccionó un valor pequeño para que el ejemplo no resulte tan extenso.

MÉTODO DE SIMPSON UN TERCIO

PASO 1: Calcular el paso (h). $h = (b - a) / N$

$$\Delta X = \frac{b - a}{N} = \frac{1,0 - 0,0}{8} = 0,125$$

PASO 2: Generar una tabla de 2 columnas donde:

El primer valor de la columna de las X (X_0) se inicializa en a

En ese valor X_0 se evalúa la función contenida en la integral. Este será Y_0

X_0	0,000	1,00000000	Y_0
-------	-------	------------	-------

MÉTODO DE SIMPSON UN TERCIO

El siguiente valor en X (X_1)
se obtiene al sumar
al valor anterior de x
el valor del paso (h):

$$X_1 = X_0 + h$$

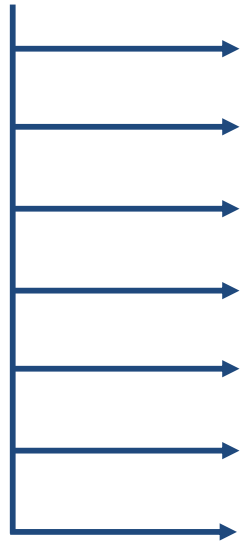
En ese valor X_1 se evalúa la
función contenida
en la integral.
Este será Y_1

X_0	0,000	1,00000000	Y_0
X_1	0,125	1,01574771	Y_1

**Recuerde que en
este ejemplo el
paso $h = 0,125$**

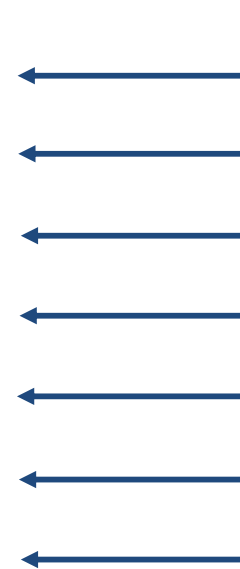
MÉTODO DE SIMPSON UN TERCIO

Cada valor $X (X_i)$
se obtiene al sumar
al valor anterior de x
el valor del paso (h):
 $X_i = X_{i-1} + h$



X_0	0,000	1,00000000	Y_0
X_1	0,125	1,01574771	Y_1
X_2	0,250	1,06449446	Y_2
X_3	0,375	1,15099294	Y_3
X_4	0,500	1,28402542	Y_4
X_5	0,625	1,47790420	Y_5
X_6	0,750	1,75505466	Y_6
X_7	0,875	2,15033792	Y_7
X_8	1,000	2,71828183	Y_8

Para cada valor X_i
se evalúa la función
contenida en la
integral.
Este será Y_i



Esta tabla tendrá una cantidad de filas igual a: Segmentos + 1
El valor X_n coincidirá con el límite superior de la integral

MÉTODO DE SIMPSON UN TERCIO

La fórmula general es:

$$I \cong \left(\frac{h}{3}\right) \left[f(x_0) + 4 \sum_{i=1,3,5}^{n-1} f(x_i) + 2 \sum_{j=2,4,6}^{n-2} f(x_j) + f(x_n) \right]$$

Esta es la regla de Simpson [1/3] para n subintervalos

MÉTODO DE SIMPSON UN TERCIO

Paso 3: Aplicamos la fórmula

$$I \cong \left(\frac{h}{3} \right) \left[f(x_0) + 4 \sum_{i=1,3,5}^{n-1} f(x_i) + 2 \sum_{j=2,4,6}^{n-2} f(x_j) + f(x_n) \right]$$

$$I = 0,125 / 3 [Y_0 + 4 (Y_1 + Y_3 + Y_5 + Y_7) + 2 (Y_2 + Y_4 + Y_6) + Y_8]$$

$$I = 0,125 / 3 [1 + 4 (1,015747709 + 1,150992945 + 1,477904195 + 2,150337916) + 2 (1,064494459 + 1,284025417 + 1,755054657) + 2,718281828]$$

Cuyo resultado es: 1.46272341

MÉTODO DE SIMPSON UN TERCIO

Fíjense que los valores utilizados en la fórmula se obtenían de evaluar

la función contenida en la integral

para cada uno de los valores de la partición...

$$\int_0^1 e^{(x^2)} dx \approx \left(\frac{0.125}{3}\right) \left[1 + 4(e^{(0.125)^2} + e^{(0.375)^2} + e^{(0.625)^2} + e^{(0.875)^2}) + 2(e^{(0.25)^2} + e^{(0.5)^2} + e^{(0.75)^2}) + e \right]$$

Es decir,

¡NO HAY QUE BUSCAR ANTIDERIVADAS!

¡SE TRABAJA CON LA MISMA FUNCIÓN CONTENIDA EN LA INTEGRAL!

----- FIN DEL DOCUMENTO