Dados los datos:

Xi	Yi
1.00	**2.718282**
1.05	3.286299
1.07	3.527609
1.10	**3.905416**

Determinar el Trazador Cúbico

Paso 1. Lo subdividimos en 2 grandes pasos:

Paso 1-A. Trabajamos con el primer subtramo de la Tabla Original.

x_{i-1}	1.00	2.718282	$f(x_{i-1})$
x_i	1.05	3.286299	$f(x_i)$
x_{i+1}	1.07	3.527609	$f(x_{i+1})$

Condición clave: La segunda derivada en los nodos extremos de la **Tabla Original** vale cero.

Y en este caso: $f^{(2)}(1.00) = 0$

¿Qué debemos obtener? Una ecuación. Para ello, necesitamos trabajar con la siguiente expresión:

$$(x_i - x_{i-1})\, f^{(2)}(x_{i-1}) + 2(x_{i+1} - x_{i-1})\, f^{(2)}(x_i) + (x_{i+1} - x_i)\, f^{(2)}(x_{i+1}) = \frac{6}{(x_{i+1} - x_i)}[f(x_{i+1}) - f(x_i)] + \frac{6}{(x_i - x_{i-1})}[f(x_{i-1}) - f(x_i)]$$

$$(1.05 - 1.00)\, f^{(2)}\overset{0}{\cancel{(1.00)}} + 2(1.07 - 1.00)\, f^{(2)}(1.05) + (1.07 - 1.05)\, f^{(2)}(1.07) = \frac{6}{(1.07 - 1.05)}[3.527609 - 3.286299] + \frac{6}{(1.05 - 1.00)}[2.718282 - 3.286299]$$

¿Qué nos queda? $0.14\, f^{(2)}(1.05) + 0.02\, f^{(2)}(1.07) = 4.23096$ (Esta es la primera ecuación)

Paso 1-B. Trabajamos con el segundo subtramo de la Tabla Original.

x_{i-1}	1.05	3.286299	$f(x_{i-1})$
x_i	1.07	3.527609	$f(x_i)$
x_{i+1}	1.10	3.905416	$f(x_{i+1})$

Condición clave: La segunda derivada en los nodos extremos de la **Tabla Original** vale cero.

Y en este caso: $f^{(2)}(1.10) = 0$

¿Qué debemos obtener? Una segunda ecuación. Para ello, recurrimos nuevamente a la expresión:

$$(x_i - x_{i-1})\, f^{(2)}(x_{i-1}) + 2(x_{i+1} - x_{i-1})\, f^{(2)}(x_i) + (x_{i+1} - x_i)\, f^{(2)}(x_{i+1}) = \frac{6}{(x_{i+1} - x_i)}[f(x_{i+1}) - f(x_i)] + \frac{6}{(x_i - x_{i-1})}[f(x_{i-1}) - f(x_i)]$$

$$(1.07 - 1.05)\, f^{(2)}(1.05) + 2(1.10 - 1.05)\, f^{(2)}(1.07) + (1.10 - 1.07)\, f^{(2)}\overset{0}{\cancel{(1.10)}} = \frac{6}{(1.10 - 1.07)}[3.905416 - 3.527609] + \frac{6}{(1.07 - 1.05)}[3.286299 - 3.527609]$$

¿Qué nos queda? $0.02\, f^{(2)}(1.05) + 0.1\, f^{(2)}(1.07) = 3.1684$ (Esta es la segunda ecuación)

Paso 2. Resolvemos el sistema de ecuaciones:

$$0.14\,\mathbf{f}^{(2)}(1.05) + 0.02\,\mathbf{f}^{(2)}(1.07) = 4.23096$$
$$0.02\,\mathbf{f}^{(2)}(1.05) + 0.1\,\mathbf{f}^{(2)}(1.07) = 3.1684$$

$$\mathbf{f}^{(2)}(1.05) = 26.4505882$$
$$\mathbf{f}^{(2)}(1.07) = 26.3938823$$

Paso 3. Generamos los tres polinomios $\mathbf{f_1, f_2, f_3}$ a partir de la expresión general:

$$f_i(x) = \frac{f^{(2)}(X_{i-1})}{6(X_i - X_{i-1})}(X_i - X)^3 + \frac{f^{(2)}(X_{i-1})}{6(X_i - X_{i-1})}(X - X_{i-1})^3 + \left[\frac{f(X_{i-1})}{(X_i - X_{i-1})} - \frac{f^{(2)}(X_{i-1})(X_i - X_{i-1})}{6}\right](X_i - X) + \left[\frac{f(X_i)}{(X_i - X_{i-1})} - \frac{f^{(2)}(X_i)(X_i - X_{i-1})}{6}\right](X - X_{i-1})$$

Para el polinomio $\mathbf{f_1}$ el intervalo $[\,X_{i-1}\,,\,X_i\,]$ es $[\,1.00\,,\,1.05\,]$

Para el polinomio $\mathbf{f_2}$ el intervalo $[\,X_{i-1}\,,\,X_i\,]$ es $[\,1.05\,,\,1.07\,]$

Para el polinomio $\mathbf{f_3}$ el intervalo $[\,X_{i-1}\,,\,X_i\,]$ es $[\,1.07\,,\,1.10\,]$

$$f_1(x) = \frac{f^{(2)}(1.00)}{6(1.05 - 1.00)}(1.05 - X)^3 + \frac{f^{(2)}(1.05)}{6(1.05 - 1.00)}(X - 1.00)^3 + \left[\frac{f(1.00)}{(1.05 - 1.00)} - \frac{f^{(2)}(1.00)(1.05 - 1.00)}{6}\right](1.05 - X) + \left[\frac{f(1.05)}{(1.05 - 1.00)} - \frac{f^{(2)}(1.05)(1.05 - 1.00)}{6}\right](X - 1.00)$$

Nos queda: $\mathbf{f_1(x)}$ = 88.16862745(x-1.00)^3 + [54.36564] (1.05-x) + [65.50555843] (x-1.00)

$$f_2(x) = \frac{f^{(2)}(1.05)}{6(1.07 - 1.05)}(1.07 - X)^3 + \frac{f^{(2)}(1.07)}{6(1.07 - 1.05)}(X - 1.05)^3 + \left[\frac{f(1.05)}{(1.07 - 1.05)} - \frac{f^{(2)}(1.05)(1.07 - 1.05)}{6}\right](1.07 - X) + \left[\frac{f(1.07)}{(1.07 - 1.05)} - \frac{f^{(2)}(1.07)(1.07 - 1.05)}{6}\right](X - 1.05)$$

Nos queda: $\mathbf{f_2(x)}$ = 220.4215686(1.07-x)^3 + 220.4215686(x-1.05)^3 + [164.2267814] (1.07-x) + [176.2924704] (x-1.05)

$$f_3(x) = \frac{f^{(2)}(1.07)}{6(1.10 - 1.07)}(1.10 - X)^3 + \frac{f^{(2)}(1.10)}{6(1.10 - 1.07)}(X - 1.07)^3 + \left[\frac{f(1.07)}{(1.10 - 1.07)} - \frac{f^{(2)}(1.07)(1.10 - 1.07)}{6}\right](1.10 - X) + \left[\frac{f(1.10)}{(1.10 - 1.07)} - \frac{f^{(2)}(1.10)(1.10 - 1.07)}{6}\right](X - 1.07)$$

Nos queda: $\mathbf{f_3(x)}$ = 146. 6326797(1.10-x)^3 + [117.4549973] (1.10-x) + [130.1805333] (x-1.07)

De modo que podemos describir el Trazador Cúbico de la siguiente manera:

$$\mathbf{T(x)} = \begin{cases} \mathbf{f_1(x)}\,,\ x \in [\,1.00\,,\,1.05\,] & \text{Este es } T_0(x) \\ \mathbf{f_2(x)}\,,\ x \in [\,1.05\,,\,1.07\,] & \text{Este es } T_1(x) \\ \mathbf{f_3(x)}\,,\ x \in [\,1.07\,,\,1.10\,] & \text{Este es } T_2(x) \end{cases}$$