ANÁLISIS NUMÉRICO

Mag. Carlos Alberto Ardila Albarracín

BLOQUE 2. AJUSTE DE CURVAS

2.6. INTERPOLACION DE LAGRANGE

INTERPOLACIÓN: MÉTODO DE LAGRANGE

Si queremos definir un polinomio de grado UNO, debe tener la siguiente forma :

$$P_1(x) = y_0 L_0(x) + y_1 L_1(x)$$

Donde:

$$L_0(x) = \frac{(x - x_1)}{(x_0 - x_1)}$$

$$L_1(x) = \frac{(x - x_0)}{(x_1 - x_0)}$$

INTERPOLACIÓN: MÉTODO DE LAGRANGE

Si queremos definir un polinomio de grado DOS, debe tener la siguiente forma :

$$P_2(x) = y_0 L_0(x) + y_1 L_1(x) + y_2 L_2(x)$$

$$L_0(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)}$$

$$L_1(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_2)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)}$$

$$L_2(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)}$$

INTERPOLACIÓN: MÉTODO DE LAGRANGE

Si queremos definir un polinomio de grado TRES, debe tener la siguiente forma :

$$P_3(x) = y_0L_0(x) + y_1L_1(x) + y_2L_2(x) + y_3L_3(x)$$

$$L_0(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)(x_0 - x_3)}$$

$$L_1(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)}$$

$$L_2(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)}$$

$$L_3(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_0)(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)}$$

INTERPOLACIÓN: MÉTODO DE LAGRANGE

Los polinomios $L_0(x)$, $L_1(x)$ y $L_2(x)$, se denominan **polinomios fundamentales de Lagrange** y el polinomio $p_2(x)$, obtenido de la manera anterior, se denomina **polinomio de interpolación de Lagrange** o **forma de Lagrange del polinomio interpolante** para los datos dados.

En general se tiene que:

Dados $n+1$ puntos $(x_0,y_0),(x_1,y_1),\ldots,(x_n,y_n)$ con $x_0, x_1,\ldots, x_n$ números distintos, el **polinomio de interpolación de Lagrange** o la **forma de Lagrange del polinomio interpolante** para los datos dados es el polinomio

$$\boxed{p_n(x)=y_0 L_0(x)+y_1 L_1(x)+\ldots+y_j L_j(x)+\ldots+y_n L_n(x)=\sum_{j=0}^{n} y_j L_j(x)}$$

INTERPOLACIÓN: MÉTODO DE LAGRANGE

$$\boxed{p_n(x) = y_0 L_0(x) + y_1 L_1(x) + \ldots + y_j L_j(x) + \ldots + y_n L_n(x) = \sum_{j=0}^{n} y_j L_j(x)}$$

donde

$$\boxed{L_j(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1)\ldots(x - x_{j-1})(x - x_{j+1})\ldots(x - x_n)}{(x_j - x_0)(x_j - x_1)\ldots(x_j - x_{j-1})(x_j - x_{j+1})\ldots(x_j - x_n)} = \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq j}}^{n} \frac{(x - x_k)}{(x_j - x_k)}, \quad j = 0, 1, \ldots, n}$$

Los polinomios $L_j(x)$, anteriores, se denominan **polinomios fundamentales de Lagrange**.
Nótese que si se trata de $n+1$ puntos, tales polinomios son de grado **n**.

----FIN DEL DOCUMENTO