



ANÁLISIS NUMÉRICO

Mag. Carlos Alberto Ardila Albarracín

BLOQUE 2. AJUSTE DE CURVAS **2.2. LINEALIZACIÓN DE RELACIONES NO LINEALES**

La regresión lineal proporciona una técnica muy poderosa para ajustar datos a una “mejor” línea.

Sin embargo, **parte del principio que la relación entre la variable dependiente y la variable independiente es (o tiende a ser) lineal.**

Este no es siempre el caso, **y el primer paso en cualquier análisis de regresión es trazar y visualizar los datos** para decidir si es correcto o aceptable el aplicar un modelo lineal.

En algunos casos, se pueden hacer transformaciones que expresen los datos de manera que sean compatibles con la regresión lineal.

La función potencial (o ecuación de potencias)

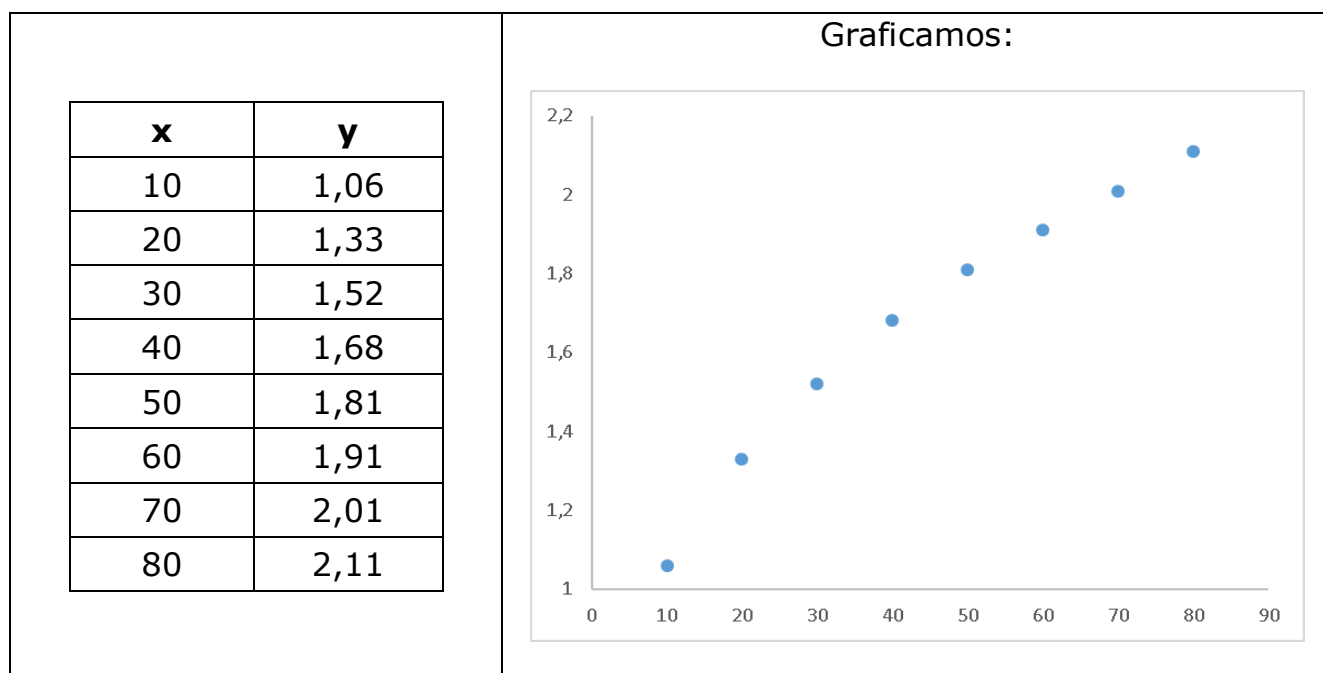
$$y = C * x^a \quad \text{Se puede transformar en} \quad \log(y) = a * \log(x) + \log(c)$$

Si usamos las nuevas variables $X = \log(x)$ e $Y = \log(y)$,
obtenemos la relación lineal

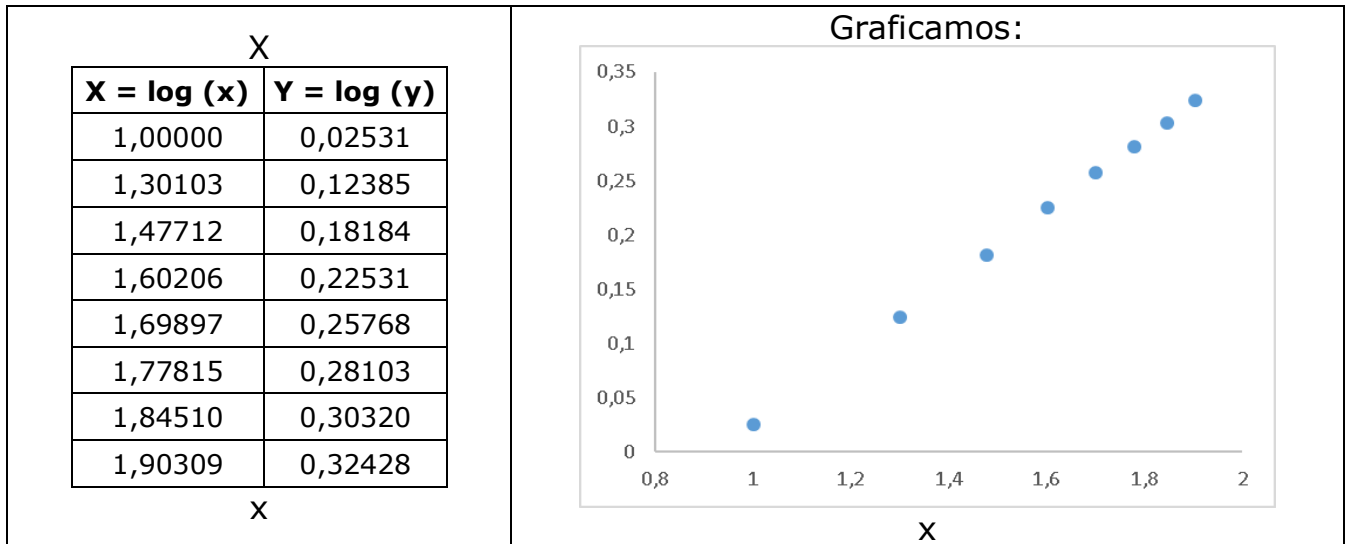
$$Y = aX + b \quad \text{o} \quad Y = b_1X + b_0$$

$$\text{Donde } b_0 = \log(c)$$

Ejemplo: Aproximar los datos de la tabla a una función potencial



Vemos que aunque suave, la relación es más curva que lineal, entonces procedemos a transformar los valores.



Se aprecia que la relación con los valores transformados es claramente lineal.

Con los valores de la segunda tabla, y usando el programa de regresión lineal simple, tenemos:

b1 = 0.330586

bo = -0.305589

Ecuación de la recta: $Y = 0.330586x - 0.305589$

$r^2 = 0.9998$

Con ello, podremos reconstruir la función potencial **$y = c * x^a$**

Con los valores bo y b1 podemos reescribir la función: **$y = 10^{(bo)} * x^{(b1)}$**

y para nuestro ejemplo: **$y = 0.494779 * x^{(0.330586)}$**

La función obtenida ajusta los datos originales en un 99.98% (mirando el parámetro r^2)

Función exponencial $y = c * e^{ax}$

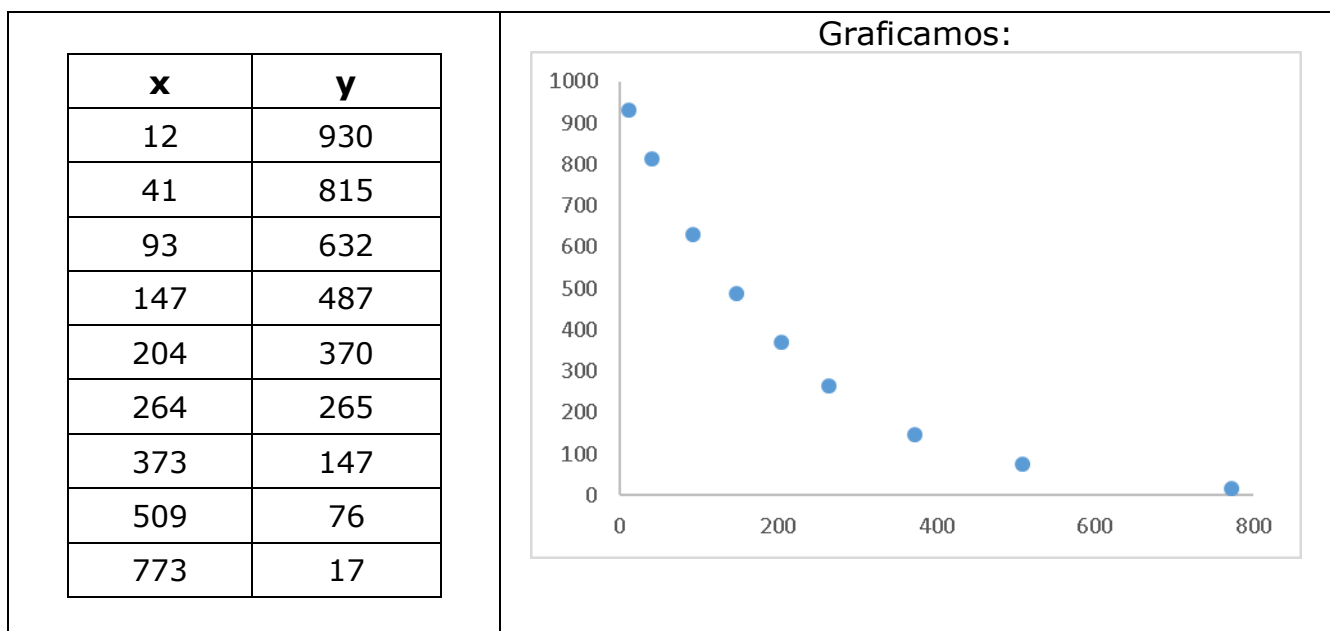
Se puede transformar: $\ln(y) = \ln(c) + (ax * \ln(e))$

pero como $\ln(e) = 1$, queda: $\ln(y) = ax + \ln(c)$

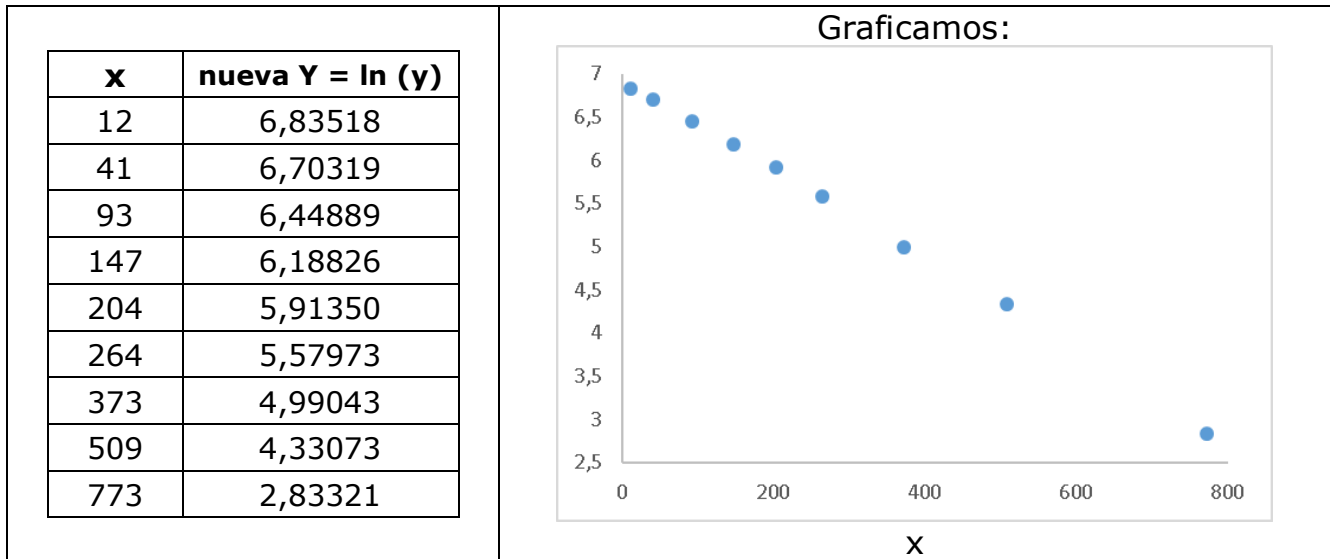
Usando las nuevas variables $X=x$, e $Y=\ln(y)$,
obtenemos la relación lineal:

$Y = aX + b$ o $Y = b_1X + b_0$ Donde $b_0 = \ln(c)$.

Ejemplo: Aproximar los datos de la tabla a una función exponencial



Vemos que la relación es curva en lugar de lineal, entonces procedemos a transformar los valores.



Se aprecia que la relación con los valores transformados es claramente lineal.

Con los valores de la segunda tabla, y usando el programa de regresión lineal simple, tenemos:

b1 = -0.0052453

bo = 6.9439855

Ecuación de la recta: $Y = - 0,0052453x + 6.9439855$

$r^2 = 0.99915$

Con ello, podremos reconstruir la función exponencial $y = c * e^{ax}$
 Con los valores bo y b1 reescribimos la función: $y = e^{(bo)} * e^{(b1*x)}$

y para nuestro ejemplo: $y = e^{(6.9439855)} * e^{(-0.0052453x)}$

$y = 1036,8945794 * e^{(-0,0052453x)}$

**La función obtenida ajusta los datos originales
 en un 99.915% (mirando el parámetro r²)**

----- FIN DEL DOCUMENTO