ANÁLISIS NUMÉRICO

Mag. Carlos Alberto Ardila Albarracín

BLOQUE 2. AJUSTE DE CURVAS

2.0. PANORAMA SOBRE REGRESIÓN E INTERPOLACIÓN

AJUSTE DE CURVAS

Levantamiento de pesas – Modalidad Snatch

Marcas mundiales (Damas)

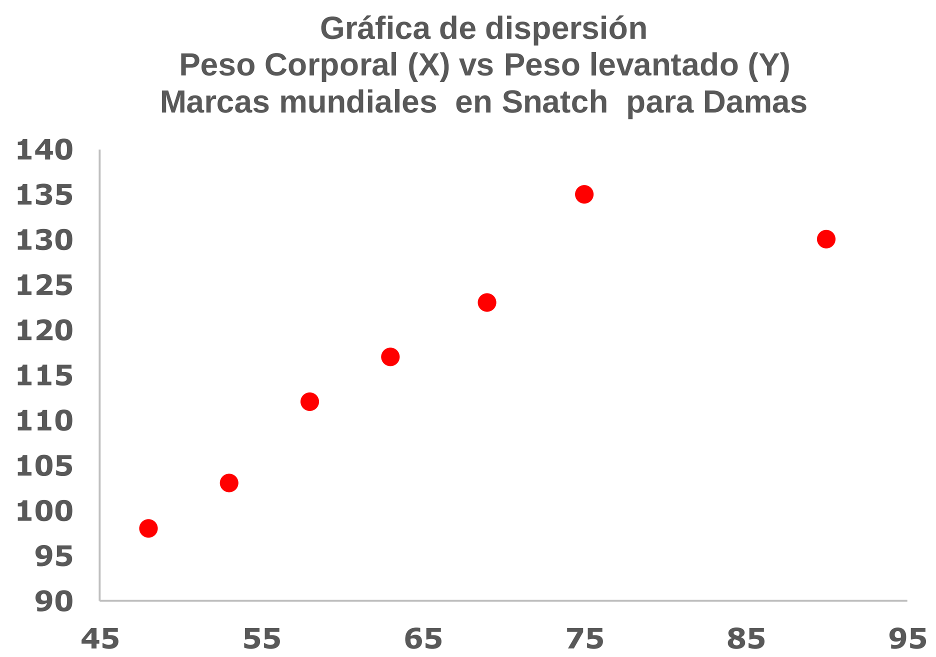
Peso corporal (kg) (X)	peso levantado (kg) (Y)
48	98
53	103
58	112
63	117
69	123
75	135
90	130

AJUSTE DE CURVAS

Levantamiento de pesas – Modalidad Snatch

Marcas mundiales (Damas)

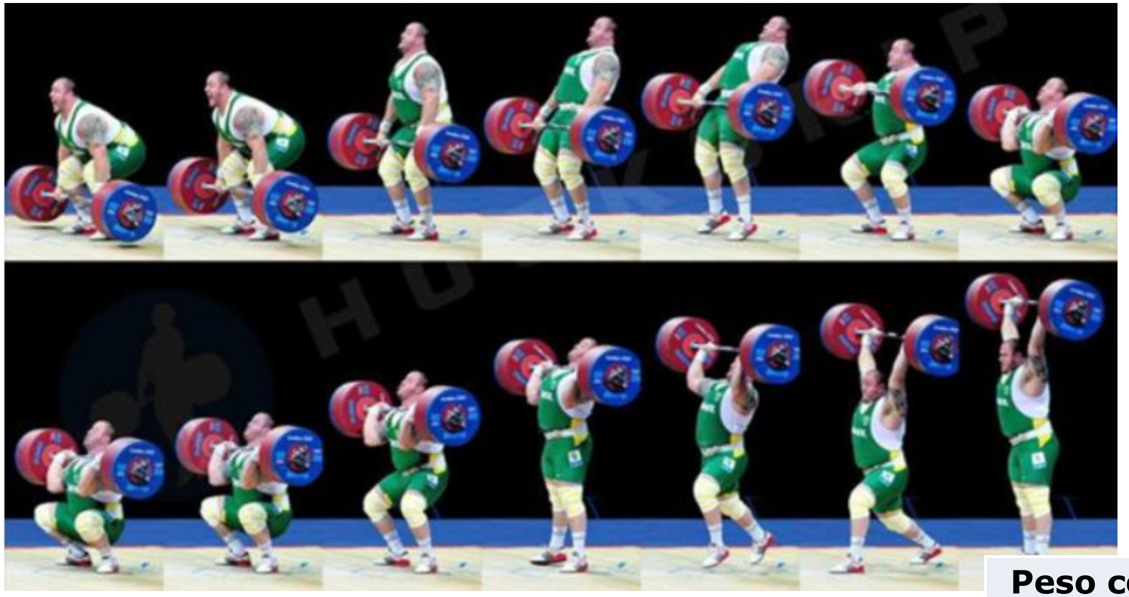
Peso corporal (kg) (X)	peso levantado (kg) (Y)
48	98
53	103
58	112
63	117
69	123
75	135
90	130



¿Cuál sería el récord en snatch si el peso corporal de la competidora es de 56 kg?

AJUSTE DE CURVAS

Levantamiento de pesas
Modalidad Clean and Jerk



Marcas mundiales (Hombres)

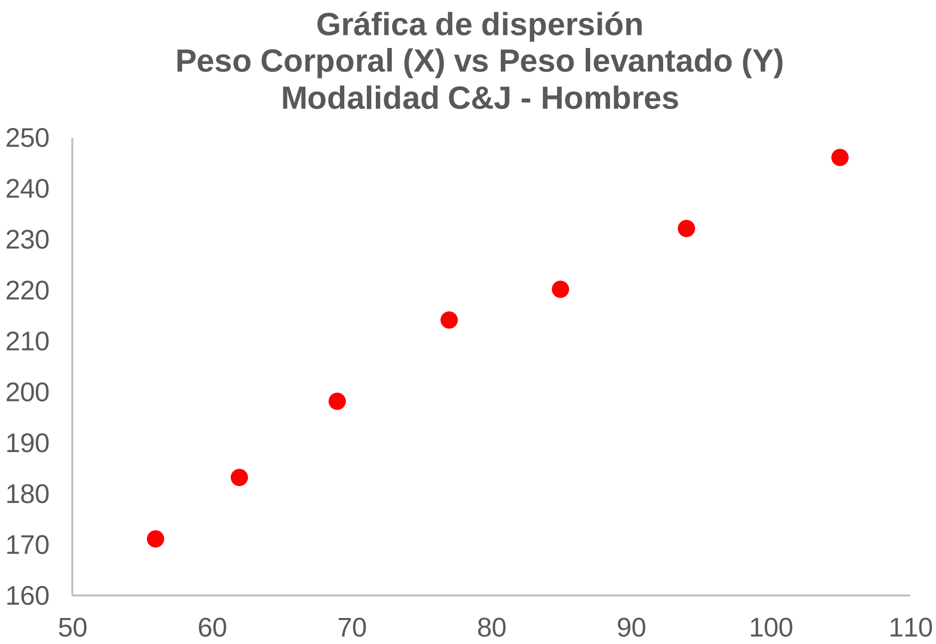
Peso corporal (kg) (X)	peso levantado (kg) (Y)
56	171
62	183
69	198
77	214
85	220
94	233
105	246

AJUSTE DE CURVAS

Levantamiento de pesas – Modalidad Clean and Jerk

Marcas mundiales (Hombres)

Peso corporal (kg) (X)	peso levantado (kg) (Y)
56	171
62	183
69	198
77	214
85	220
94	233
105	246



¿Cuál sería el récord en C&J si el peso corporal del competidor es de 90 kg?

AJUSTE DE CURVAS

Con frecuencia se proporcionan datos mediante un conjunto de puntos discretos. Y, a veces se requieren estimaciones de puntos **entre** esos valores discretos.

En esta parte del curso se describen algunas técnicas de manera que con tales datos:

Se obtengan aproximaciones intermedias.

Obtener una versión simplificada de una función muy complicada.

Una manera de hacerlo es la de calcular valores de la función en un conjunto de valores discretos a lo largo del rango de interés.

Después se puede obtener una función más simple ajustando estos valores.

A estas dos aplicaciones se les conoce con el nombre de **ajuste de curvas**.

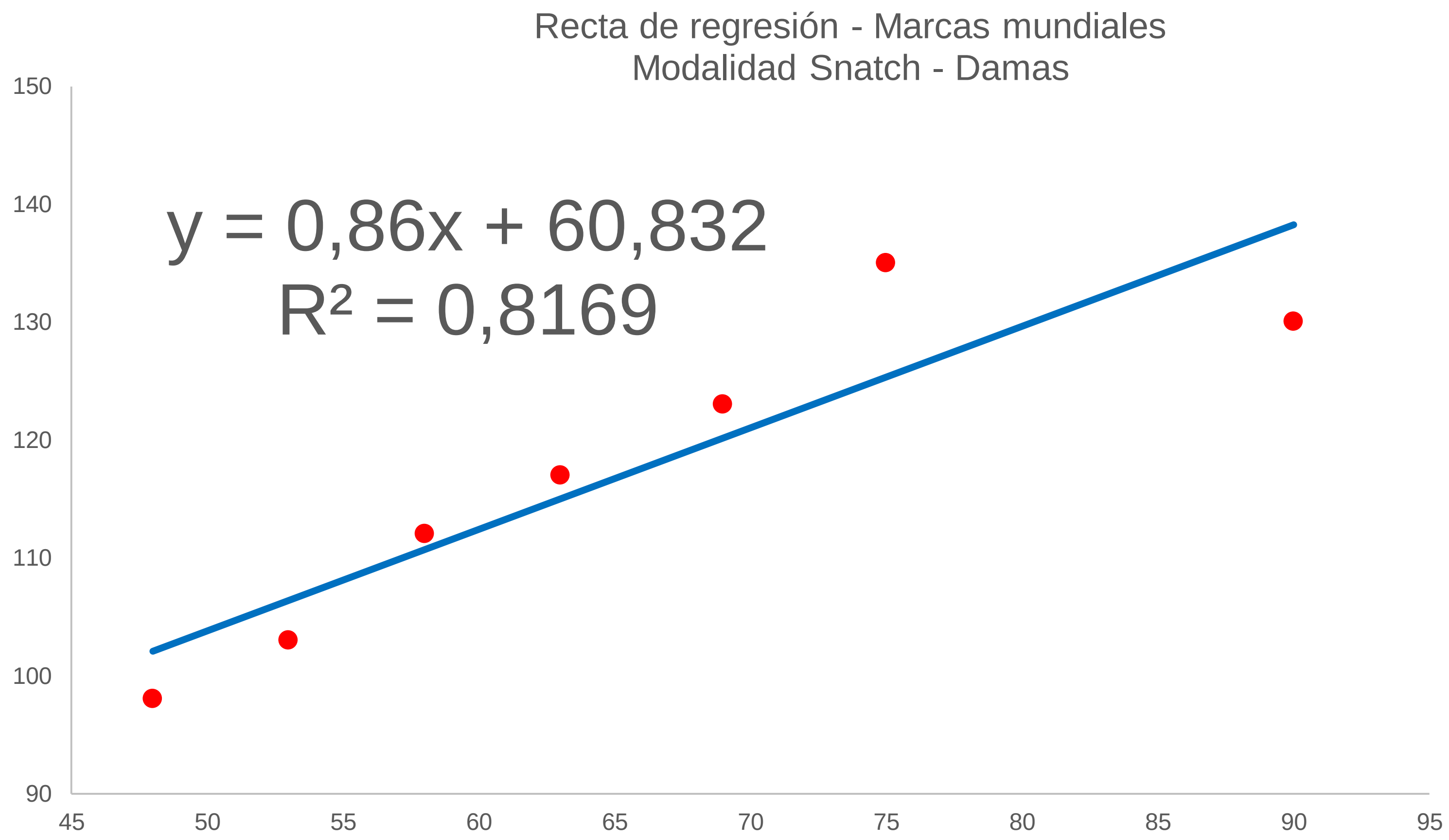
AJUSTE DE CURVAS

Hay dos esquemas generales en el ajuste de curvas que se distinguen entre sí por la cantidad de error asociada con los datos.

Primero, donde los datos muestran **un grado significativo de error** o "ruido" la estrategia es obtener una curva simple que represente el comportamiento general de los datos. Ya que cada punto individual puede estar incorrecto, no es necesario intersectar cada uno de ellos.

En vez de esto, la curva se diseña de tal manera que siga un patrón sobre los puntos tomados como un todo. A un procedimiento de esta naturaleza se le conoce con el nombre de **REGRESIÓN con mínimos cuadrados**.

AJUSTE DE CURVAS



Si el peso corporal (X) = 56 kg, reemplazamos:
Peso levantado (Y) = 0,86*(56) + 60,832 = 48,16 + 60,832 = 108,99 kg

AJUSTE DE CURVAS

Dados $n+1$ puntos de $\mathbf{R}^2$

$$(x_0, y_0), (x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$$

en los cuales $x_0, x_1, \ldots, x_n$ son números distintos, y dado un entero no-negativo m, con $m < n$, se trata de encontrar un polinomio

tal que la suma de cuadrados

$$\boxed{\sum_{k=0}^{n} \left(p_m(x_k) - y_k\right)^2}$$

sea mínima.

El criterio mediante el cual se elige el polinomio $p_m(x)$ es conocido como **criterio de los mínimos cuadrados**. Probaremos que tal polinomio $p_m(x)$ existe y es único; se le denomina **polinomio de ajuste según mínimos cuadrados** para los datos dados.

AJUSTE DE CURVAS

Segundo, donde se sabe que hay **gran exactitud en los datos**, el proceso es ajustar una curva o una serie de curvas que pasen ***exactamente por cada uno de los puntos***.

A la estimación de valores entre puntos discretos conocidos se conoce con el nombre de **interpolación**.

(**existencia y unicidad del polinomio interpolante**) Dados los $n+1$ puntos $(x_0,y_0),(x_1,y_1),\ldots,(x_n,y_n)$ de $\mathbf{R}^2$, con $x_0,x_1,\ldots,x_n$ números distintos, existe un único polinomio

$$p_n(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\ldots+a_nx^n$$

de grado menor o igual que **n**, que interpola los puntos dados, es decir, tal que

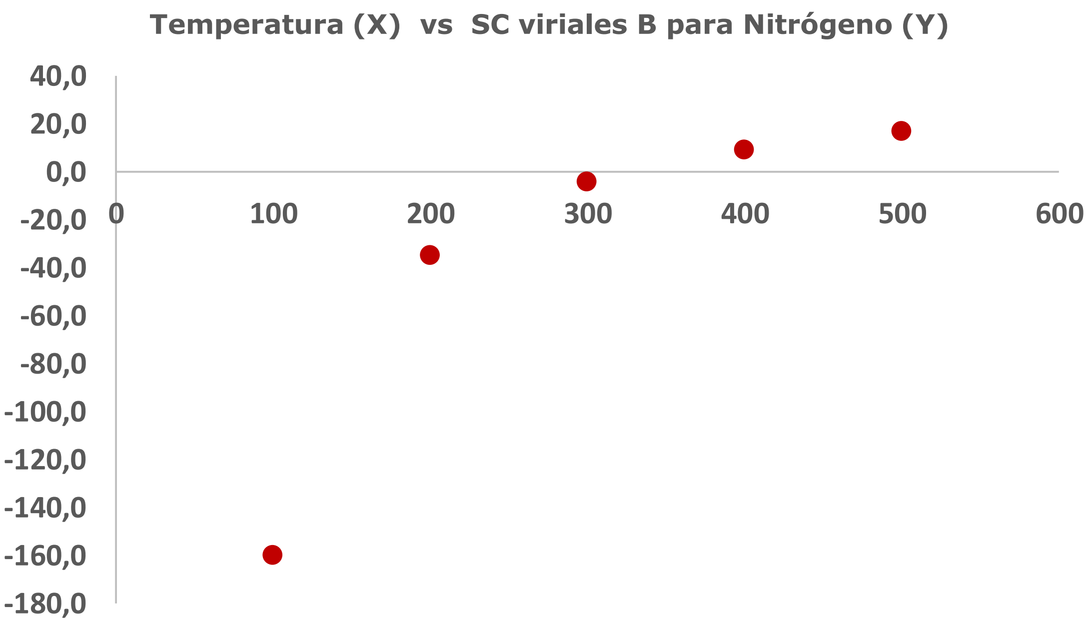
$$p_n(x_k)=y_k,\quad k=0,1,\ldots,n$$

AJUSTE DE CURVAS

Considere la siguiente tabla de datos para el nitrógeno donde T es la temperatura y B es el segundo coeficiente virial.

En estudio de gases, es el coeficiente más importante porque representa, en primer orden, la desviación respecto de la idealidad.

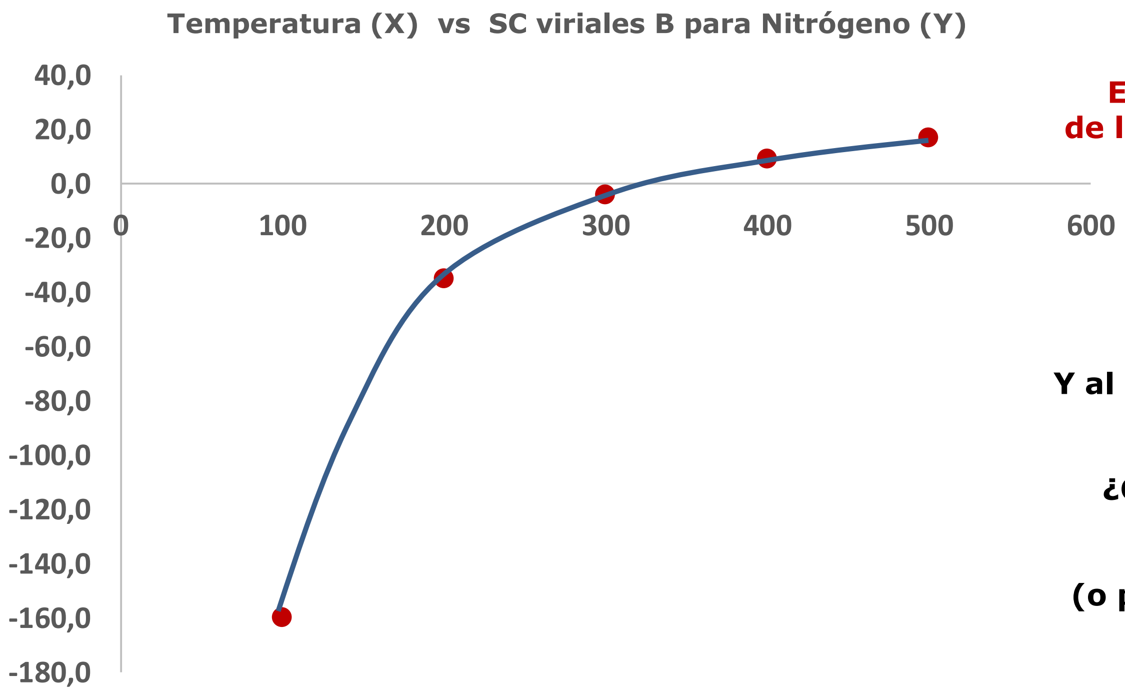
Temperatura (K)	B (cm^3/mol)
X	Y
100	-160,0
200	-35,0
300	-4,2
400	9,0
500	16,9



AJUSTE DE CURVAS

Con las técnicas que veremos en esta sección del curso,
se obtiene el polinomio de interpolación correspondiente:

$$f(x) = -2.67916667 * 10^{(-8)} x^4 + 3.955832 * 10^{(-5)} x^3 - 0.0217471 x^2 + 5.406916 x - 520.1$$



El cual pasa por TODOS y CADA UNO de los puntos del Diagrama de Dispersión

Y al tener el polinomio se puede responder a esta pregunta:

¿Cuál es el segundo coeficiente virial para T = 327,1 K ?

(o para cualquier valor entre 100 y 500.. Claro, diferentes a los de la tabla)

---------- *FIN DEL DOCUMENTO*