ANÁLISIS NUMÉRICO

Mag. Carlos Alberto Ardila Albarracín

BLOQUE 1. RAÍCES DE ECUACIONES DE UNA VARIABLE

1.0. AMBIENTACIÓN Y CONSIDERACIONES GENERALES

EJEMPLO 1 DE SITUACIÓN APLICADA DONDE SE REQUIERE ENCONTRAR LA RAÍZ DE UNA ECUACIÓN

(Ejercicio 8.4
Libro de Chapra)

La siguiente ecuación permite calcular la concentración de un químico en un reactor donde se tiene una mezcla completa:

$$c = c_{ent}\,(1 - e^{-0.04t}) + c_o\, e^{-0.04t}$$

Si la concentración inicial es $c_o = 5$

y la concentración de entrada es $c_{ent} = 12$,

calcule el tiempo requerido para que c sea el 85% de c_{ent}

EJEMPLO 1 DE SITUACIÓN APLICADA DONDE SE REQUIERE ENCONTRAR LA RAÍZ DE UNA ECUACIÓN

Adecuamos la ecuación:

$$0.85c_{ent} = c_{ent}\,(1 - e^{-0.04t}) + c_o\, e^{-0.04t}$$

$$0.85(12) = 12\,(1 - e^{-0.04t}) + 5e^{-0.04t}$$

$$10.2 = 12\,(1 - e^{-0.04t}) + 5e^{-0.04t}$$

Puede verse que la ecuación está en función de una sola variable (tiempo) representada por t.

De modo que podemos decir que es función de t: f(t)

Y seguimos:

$$f(t) = 12\,(1 - e^{-0.04t}) + 5e^{-0.04t} - 10.2 = 0$$

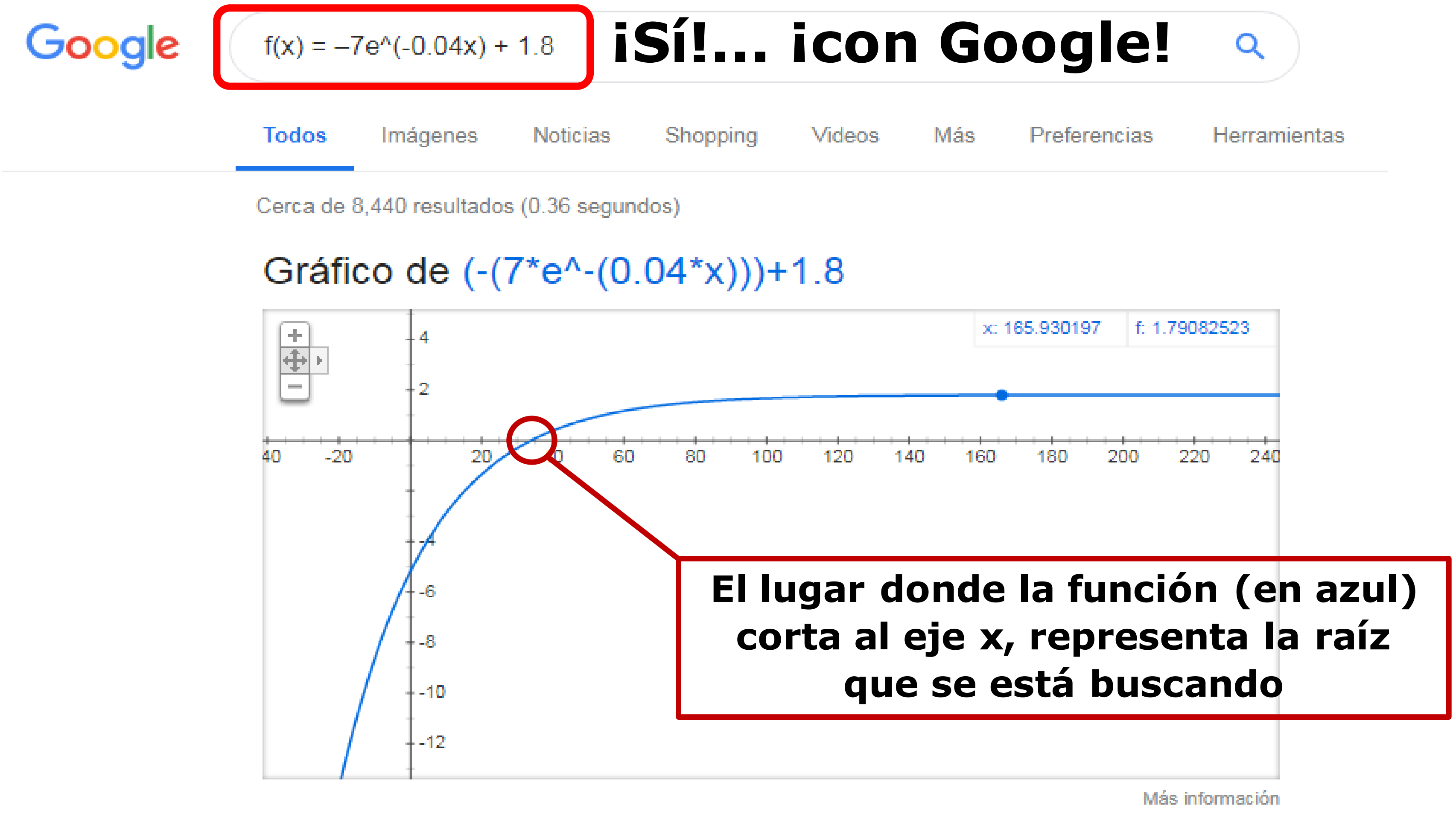
$$f(t) = 12 - 12e^{-0.04t} + 5e^{-0.04t} - 10.2 = 0$$

$$f(t) = -7e^{-0.04t} + 1.8 = 0$$

La función debe igualarse a CERO, porque se requiere encontrar el valor de t para el cual f(t) = 0.
Y ese valor de t es la RAÍZ DE LA ECUACIÓN (La respuesta al problema)

EJEMPLO 1 DE SITUACIÓN APLICADA DONDE SE REQUIERE ENCONTRAR LA RAÍZ DE UNA ECUACIÓN

Una ayuda muy importante para tener una idea de en cuál región se ubica la raíz es GRAFICAR la función obtenida:



EJEMPLO 2 DE SITUACIÓN APLICADA DONDE SE REQUIERE ENCONTRAR LA RAÍZ DE UNA ECUACIÓN

(Ejercicio 8.37 Libro de Chapra)

La velocidad vertical de un cohete se calcula con la fórmula que sigue:

$$v = u * \ln\left[mo / (mo - qt) \right] - gt$$

donde:
v = velocidad vertical,
u = velocidad con la que se expele el combustible, en relación con el cohete,
mo = masa inicial del cohete en el momento t = 0,
q = tasa de consumo de combustible,
g = aceleración de la gravedad hacia abajo (se supone constante e igual a 9.81 m/s2).

Si u = 2000 m/s, mo= 150000 kg, y q =2700 kg/s, calcule el momento en que v = a 750 m/s.

EJEMPLO 2 DE SITUACIÓN APLICADA DONDE SE REQUIERE ENCONTRAR LA RAÍZ DE UNA ECUACIÓN

Adecuamos la ecuación:

$$750 = 2000 * \ln\left[\,150000 / (150000 - 2700t)\,\right] - 9.81t$$

$$f(t) = 2000 * \ln\left[\,150000 / (150000 - 2700t)\,\right] - 9.81t - 750 = 0$$

Puede verse que la ecuación está en función de una sola variable (tiempo) representada por t.

De modo que podemos decir que es función de t: f(t)

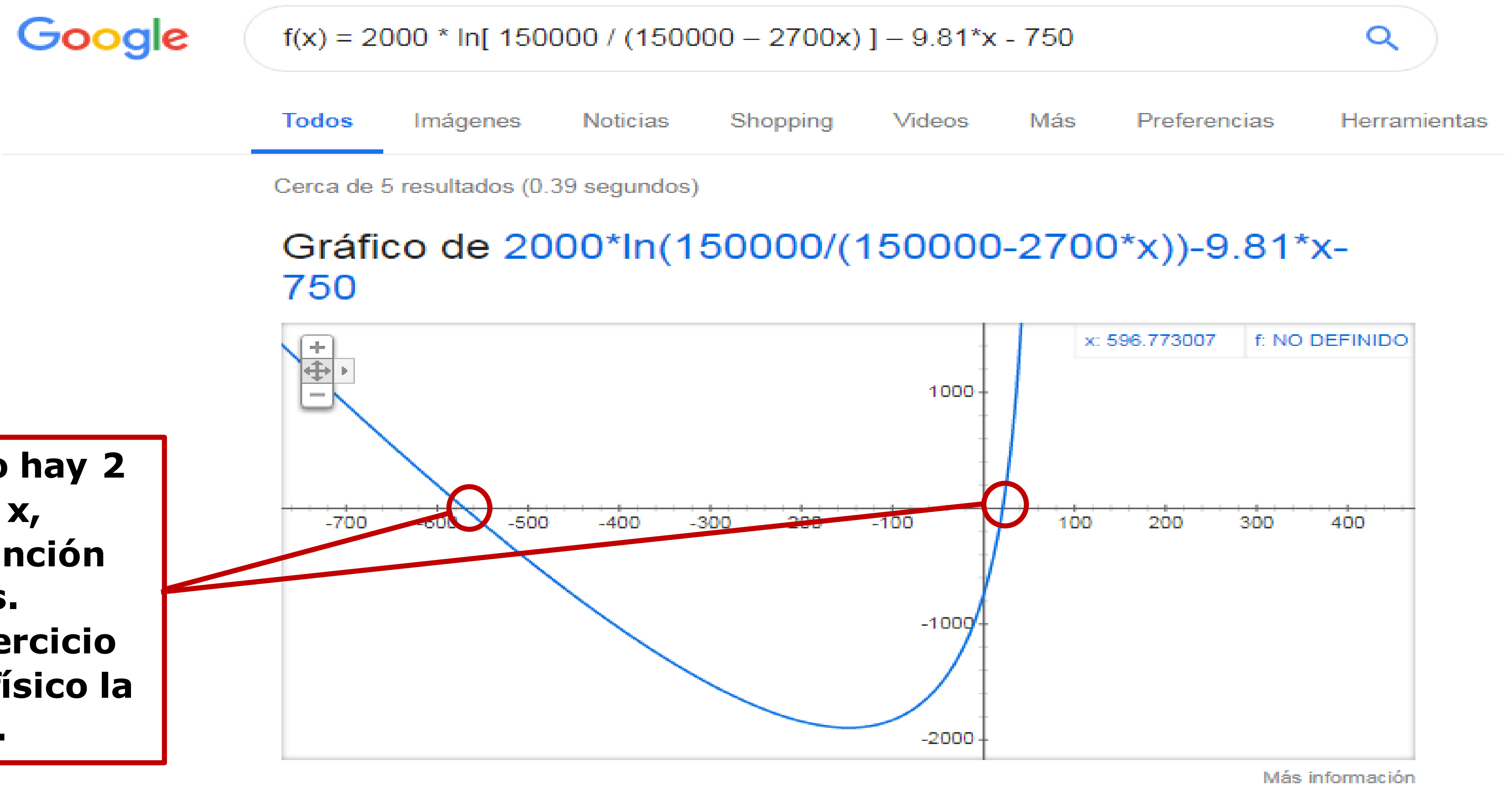
RECUERDEN: La función debemos igualarla a CERO, porque se requiere encontrar el valor de t para el cual f(t) = 0. Ese valor de t es la RAÍZ DE LA ECUACIÓN (La respuesta al problema)

En este caso, ese valor de t representa el tiempo en el cual el cohete alcance la velocidad de 750 m/s

1.0 Ambientación y Consideraciones Generales

EJEMPLO 2 DE SITUACIÓN APLICADA DONDE SE REQUIERE ENCONTRAR LA RAÍZ DE UNA ECUACIÓN

GRAFIQUEMOS:



En este caso, como hay 2 cortes con eje x, significa que la función tiene 2 raíces. Aunque para el ejercicio solo tiene sentido físico la raíz positiva.

1.0 Ambientación y Consideraciones Generales

En este Bloque Temático analizaremos uno de los problemas básicos del análisis numérico:

el problema de búsqueda de raíces.

Si una ecuación es relativamente complicada, no resulta posible por lo general hallar raíces exactas.

Por consiguiente, adquieren particular importancia los procedimientos de cálculo aproximado de raíces de una ecuación así como la estimación de su grado de exactitud.

1.0 Ambientación y Consideraciones Generales

El problema consiste en

encontrar los valores
de la variable x
que satisfacen la ecuación $f(x) = 0$

para una función f dada
que está definida
y es continua

en un cierto intervalo
$a < x < b$

A una solución de este problema,

es decir a todo valor en x
para el cual
la función $f(x)$ es cero,

se le llama cero de la función $f(x)$

o también una raíz de $f(x) = 0$.

¡GRACIAS!

----- FIN DEL DOCUMENTO