Lógica de Primer Orden y Prolog

2 de julio de 2014 Julio Ariel Hurtado Alegría

Prueba Final Seminario de Matemáticas - Pauta de solución Seminario de Matemáticas - Departamento de Sistemas

1. Formas Normales de Prenex y de Skolem

Convierta las siguientes expresiones a la forma normal de Prenex (FNP) y luego conviértalas en forma normal de Skolem(FNS). Valor 1.0

(a) $\exists x P(x) \to \neg \exists y Q(x,y)$ Solución: (Prenex, $\forall x \forall y (P(x) \to \neg Q(z,y))$); (skolem, $\forall x \forall y (P(x) \to \neg Q(z,y))$)

(b) $\forall x \neg \exists y P(x) \to Q(x,y)$ Solución: (Prenex, $\exists x \exists y (P(x) \to Q(z,w)$);(Skolem, $P(C1) \to Q(z,w)$)

(c) $\forall y \forall z \exists u \forall v \exists w [P(y,z) \wedge Q(u,v) \wedge \neg R(w)]$ Solución (Prenex, $\forall y \forall z \exists u \forall v \exists w [P(y,z) \wedge Q(u,v) \wedge \neg R(w)]$); (Skolem, $\forall y \forall z \forall v [P(y,z) \wedge Q(f(y,z),v) \wedge \neg R(g(v))]$)

2. Consecuencia Lógica

Demuestre que toda fórmula ϑ es consecuencia lógica de Σ si y solo si, el conjunto $\Sigma \cup \{\neg\vartheta\}$ es inconsistente. Valor 1.0

Solución: La expresión lógica es: $\Sigma \models \vartheta \leftrightarrow \Sigma \cup \{\neg\vartheta\}$ es inconsistente, por tanto se debe demostrar en ambos sentidos.

Veamos: $\Sigma \models \vartheta \to \Sigma \cup \{\neg\vartheta\}$ lo haremos por contradicción

1. $\Sigma \models \vartheta$ Premisa
2. $\Sigma \cup \{\neg\vartheta\}$ es consistente (suposición)
3. $\sigma(\Sigma) = 1 \wedge \sigma(\neg\vartheta) = 1$ Por ser consistente el sistema (2)
4. $\sigma(\vartheta) = 0$ Por definición de la negación en (3)
5. $\Sigma \not\models \vartheta$ por definición de consecuencia lógica entre (3) y (4)
6. π entre (1) y (5)

Por tanto, se comprueba verdadero: $\Sigma \models \vartheta \rightarrow \Sigma \cup \{\neg\vartheta\}$

Ahora veamos $\Sigma \cup \{\neg\vartheta\}$ es inconsistente $\rightarrow \Sigma \models \vartheta$:

1. $\Sigma \cup \{\neg\vartheta\}$ es inconsistente, es una premisa
2. $\sigma(\Sigma) = 1 \wedge \sigma(\neg\vartheta) = 0$ por ser inconsistente el sistema (1)
3. $\sigma(\vartheta) = 1$ por definición de la negación en (2)
4. $\Sigma \models \vartheta$ Por definición de consecuencia lógica entre (2) y (3)

Por tanto, se comprueba verdadero: $\Sigma \cup \{\neg\vartheta\}$ es inconsistente $\rightarrow \Sigma \models \vartheta$

$\therefore \Sigma \models \vartheta \leftrightarrow \Sigma \cup \{\neg\vartheta\}$ es Verdadero.

3. Unificación

Diga si los siguientes conjuntos de fórmulas unifican, de ser así diga cual es el unificador más general (MGU) y cual es el resultado de la instancia de unificación. En caso contrario dé una razón por la cual no unifica. Valor 1.0

(a) $p(t(U), t(V), Y)$ y $p(V, R, c)$ Solución $\{t(U)/V, t(V)/R, c/Y\}$ y este es el MGU

(b) $P(y, C1)$, $P(x, y)$ y $P(x, C2)$ Solución: No Unifica ya que $y = C1$ y $y = C2$ lo cual no es posible al mismo tiempo

4. Prolog

Implemente en prolog los siguientes programas Valor 2.0

(a) elimina(Y,M,L) donde L es M con todas las ocurrencias de Y eliminadas. Por ejemplo: elimina(5,[4,5,10,2],L) retornará true con L=[4,10,2]. Solución:

```
elimina(X,[],[]).
elimina(X,[X|L],M):- elimina(X,L,M).
elimina(X,[Y|L],[Y|M]):- elimina(X,L,M).
```

(b) eliminarduplicados(M,L) donde L es M con todos los duplicados removidos. Por ejemplo: eliminarduplicados([3,4,3,5],L) retornará true con M = [3,4,5]. Solución:

```
eliminarduplicados([],[]).
eliminarduplicados([X|L],[X|T]) :- elimina(X,L,M), eliminarduplicados(M,T).
```