Introducción al Curso
Seminario de Matemáticas

Julio Ariel Hurtado Alegría
ahurtado@unicauca.edu.co

15 de febrero de 2013

Universidad
del Cauca

Agenda

Presentación del Curso

Matemáticas y Computación

Universidad
del Cauca

Objetivos

1. Introducir los fundamentos matemáticos elementales para el estudio en Ciencia de la Computación.
2. Desarrollar habilidades para la demostración y representación de modelos computacionales a través de la matemática.
3. Entender las bases conceptuales de la complejidad computacional.

Universidad del Cauca

Contenido

1. Introducción a la Matemática Discreta.
2. Inducción Matemática, Recursividad, Correctitud de Algoritmos y Programación Funcional.
3. Lógica proposicional, Fundamentos de la Lógica de Predicados y Programación Lógica.
4. Fundamentos de la Complejidad Computacional y la Computabilidad.
5. Introducción a la Teoría de Grafos

Universidad del Cauca

Evaluación

1. Pruebas(2) 60 %
2. Tareas(2) 20 %
3. Proyecto Final 20 %

Libros y Material de Clase

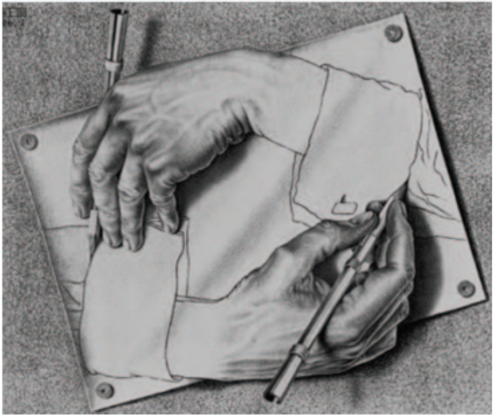
1. Kenneth H. Rosen. Discrete Mathematics and its Applications, fifth ed. Mc. Graw Hill. 2003.
2. R. Grimaldi. Matemáticas Discretas y Combinatoria.
3. R. Johnsonbaugh. Discrete Mathematics.
4. R. Graham, D. Knuth, O. Patashnik. Concrete Mathematics.
5. Material de Clase

¿Cómo trabajamos?

Desarrollamos la teoría, la aplicamos a la resolución de problemas concretos seguiendo un enfoque formal y ocasionalmente trabajamos sobre el computador para expresar y probar dichas resoluciones.

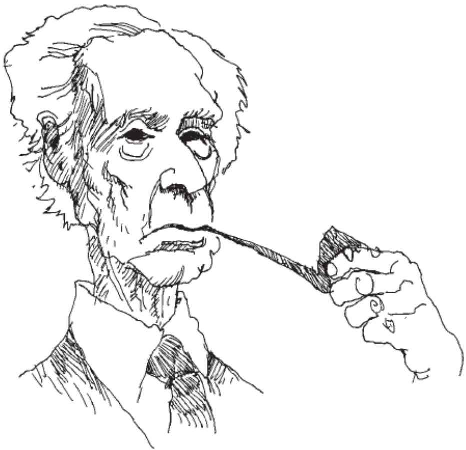
Universidad del Cauca

Reflexión Inicial



Universidad del Cauca

Paradoja de Russel



Universidad del Cauca

Paradoja de Russel

M es el conjunto de todos los conjuntos donde ellos no son miembros de sí mismos.

¿$M \in M$?

Si $M \notin M \rightarrow M \in M$

Si $M \in M \rightarrow M \notin M$

Universidad del Cauca

David Hilbert

1. Lenguaje matemático como un lenguaje para formalizar problemas y soluciones matemáticas.
2. Meta-matemática: razonamiendo sobre el mismo lenguaje matemático.
3. Propuesta de Hilbert: Formalizar el razonamiento meta-matemático.
4. Fracaso pero Éxito.

Universidad del Cauca

El método Axiomático de Hilbert

- Partir de un conjunto de postulados básicos (axiomas)
- Definir formulas bien formadas
- Deducir y derivar teoremas efectivos
- Tomar los avances en Cálculo(Leibniz), en Lógica(Boole), en Lógica Matemática(Frege) y Teoría de conjuntos e inducción matemática (Peano)

Universidad del Cauca

El programa de Hilbert

- Toda la matemática sigue un sistema finito de axiomas escogidos correctamente.
- Dicho sistema se puede probar consistente.
- Exitoso en el algebra y análisis funcional.
- Fracaso en la lógica y la física.

Universidad del Cauca

Incompletitud de un Sistema Axiomático

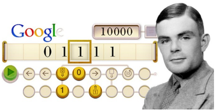
- De existir el sistema axiomático, éste debiera incluir la aritmética mediante sus propios axiomas.
- Teorema 1. En cualquier formalización consistente de las matemáticas que sea bastante fuerte para definir el concepto de los $\mathbb{N}$, se puede construir una afirmación que ni se puede demostrar, ni se puede refutar dentro de ese sistema.
- Teorema 2. Ningún sistema consistente se puede usar para demostrarse a sí mismo.
- Hay una esperanza para Hilbert: ¿Puede haber un mecanismo verificador del procedimiento?

Universidad del Cauca

Alan Turing y Alonzo Church

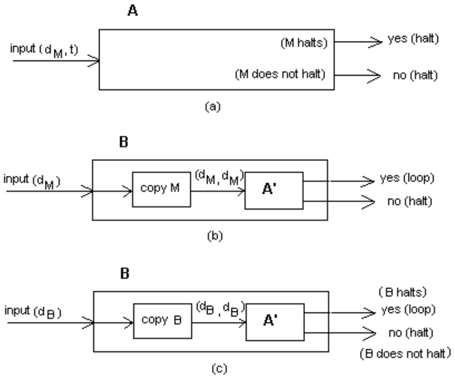
- Computabilidad basada en el procedimiento mecánico de Hilbert
- Gödel había creado el primer lenguaje para hacer la computabilidad (LISP Primitivo), Turing propone un lenguaje rudimentario, de bajo nivel pero versátil.
- Turing llega a la misma conclusión de Gödel pero agudiza más el problema.
- No existe siquiera el mecanismo verificador de un procedimiento.

Alan Turing Google Doodle - 23th June 2012



Universidad
del Cauca

El problema de la detención



Universidad del Cauca

Conclusión de la Reflexión

- Las matemáticas y la computación evolucionan en paralelo
- Los formalismos mátemáticos son útiles para expresar y sustentar teorías
- Como científicos de la computación debemos utilizar los formalizmos y los conceptos de la matemática para representar y demostrar la validez de nuestros modelos.
- ¿Hacemos ciencia en el área de la computación? ¿Cómo la hacemos? ¿Reflexionamos contínuamente sobre lo adecuado o no de nuestros métodos?

Universidad del Cauca

Introducción al Curso
Seminario de Matemáticas

Julio Ariel Hurtado Alegría
ahurtado@unicauca.edu.co

15 de febrero de 2013

Universidad del Cauca